

# 应用线性相关分析方法探讨 航天遥感成图的精度

王 迺 斌

(中国科学院自然资源综合考察委员会)

1985年12月6日收到

近几年来,由于遥感和计算机技术的迅速发展,特别是第二代民用陆地卫星<sup>[1]</sup>上天之后,遥感影象的空间分辨率、波谱分辨率和几何精度等方面都有所提高和改进。这就使航天遥感技术进入了实际应用阶段。

很多专业部门利用航天遥感影象编绘各种专业地图,测绘部门则应用卫星影象制做影象地图,或镶嵌图,且多用计算机制图。由于这些图所采用的数学基础、制图方法和制图比例尺不同,这样就很难用传统的方法对航天遥感成图进行精度衡量。然而地图不但要求内容丰富,更重要的是定位准确。如果编绘地图(或专业图)的误差太大,就失去了实用价值。

由于航天遥感影象制图种类繁多,比例尺相差悬殊,如有1:20万和1:50万的图,也有数百万分之一的图,确实给精度衡量工作带来很大困难。但是,笔者认为,只要不忽视这方面的工作,办法是会有有的。我国大部份地区已有大比例尺地形图,或者经测绘部门编绘的中比例尺地形图。其中绝大部分都是建国以后实测(包括航测成图)和编绘的地图。这就为我们衡量中小比例尺航天遥感成图的精度提供了较为可靠的依据。本文试图用线性相关分析的方法,就实测图与航天遥感成图在比例尺不同的情况下,如何进行精度衡量作些初步探讨。

## 一、实测图与航天遥感成图之间的关系

不论什么投影,要想把地球曲面展绘到平面上都存在一定的误差,而且分布是不均匀的,再加上实测过程中也会产生误差,因而,每一张实测图都存在着各种各样的误差。但是,只要在制图过程中,其误差量符合测绘规范的要求,就认为所测得的图是合乎标准的。因此,以实测图做为衡量各种中小比例尺航天遥感影象图精度的依据是可行的。

众所周知,在同一地区,不同投影系的地图之间存在着某种相关关系,但这种情况比较复杂。为了简便起见,首先把航天遥感成图纳入实测图同一投影系,也就是说在选择编图数学基础时,就要考虑到精度衡量问题。

编绘的各种影象地图,之所以有象点位移(误差),主要是在制图过程中有随机误差和系统误差存在的缘故。系统误差主要是由各种仪器不十分精确造成的(当然,人本身有时

也会产生系统误差),只要把仪器调整到允许限差之内,系统误差的影响就可以忽略。这样,随机误差就成了影响编绘影像地图精度的主要因素了。从概率论和数理统计的观点来看,随机误差符合正态分布规律。因此,可以用线性相关分析方法对航天遥感成图进行精度衡量。尽管航天遥感成图与实测图比例尺不同,还是可以用简单的线性相关公式来表达它们之间的关系的。

根据参考文献[2—4],线性相关近似解的基本公式为:

$$x_i = a_x + b_x \cdot X_i \quad (1)$$

其中, $X_i$ 为在实测图上量得的*i*点坐标(编图控制点的对应点), $x_i$ 为在航天遥感成图上量得的*i*点坐标(编图控制点), $a_x$ 和 $b_x$ 为*x*坐标的线性回归系数。

*x*坐标回归系数 $b_x$ 为:

$$b_x = \frac{\sum_{i=1}^n X_i \cdot x_i - \bar{X} \cdot \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2 - \bar{X} \cdot \sum_{i=1}^n X_i} \quad (2)$$

$$\text{式中 } \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

*x*坐标回归系数 $a_x$ 为:

$$a_x = \bar{x} - b_x \cdot \bar{X} \quad (3)$$

$$\text{式中, } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

同理,航天遥感成图与实测图的*y*坐标也存在上述关系。

$$y_i = a_y + b_y Y_i \quad (4)$$

式中的 $Y_i$ 为实测图上量得的*i*点坐标, $y_i$ 为航天遥感成图上量得的*i*点坐标(编图控制点), $b_y$ 和 $a_y$ 为*y*坐标线性回归系数。

*y*坐标回归系数 $b_y$ :

$$b_y = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \cdot y_i - \bar{Y} \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - \bar{Y} \cdot \sum_{i=1}^n Y_i} \quad (5)$$

*y*坐标回归系数 $a_y$ :

$$a_y = \bar{y} - b_y \cdot \bar{Y} \quad (6)$$

在(5)和(6)式中,

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i; \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

应该说明,在上述两对回归系数中,已包含了比例尺系数,无需再进行比例尺换算。

## 二、相关分析

根据最小二乘法原理,可以把航天遥感成图  $x$  方向和  $y$  方向的坐标视为独立的随机变量,它们和实测图中坐标  $X, Y$  相对应。

$$\begin{cases} x_1 & x_2 \cdots \cdots x_n \\ X_1 & X_2 \cdots \cdots X_n \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 & y_2 \cdots \cdots y_n \\ Y_1 & Y_2 \cdots \cdots Y_n \end{cases}$$

我们可以进行如下相关分析。

在  $x$  方向的样本相关系数为:

$$r_{xx} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) \cdot (x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}} \quad (7)$$

同理  $y$  方向:

$$r_{yy} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (8)$$

从相关分析观点来看,当  $|r_{xx}| = 1$  和  $|r_{yy}| = 1$  时,  $x$  方向和  $y$  方向的相对误差为零。这说明:

$$\begin{aligned} x_i - (a_x + b_x X_i) &= 0 \\ y_i - (a_y + b_y Y_i) &= 0 \end{aligned}$$

$x_i$  与  $X_i, y_i$  与  $Y_i$  充分相关。当  $|r_{xx}| = 0, |r_{yy}| = 0$  时,误差最大,无法应用。当  $0 < |r_{xx}| < 1, 0 < |r_{yy}| < 1$  时,越接近 1 相关性越好。相关系数的值可根据不同的应用要求来规定。在用于编图精度衡量时,应不小于 0.98,否则置信程度太低。

## 三、计算各检查点的误差、全图中误差及绘制误差矢量图

根据测得编绘图检查点的  $x, y$  坐标值和实测图对应于检查点的  $X, Y$  坐标值,用  $a_x, b_x; a_y, b_y$  分别计算出  $x_i$  坐标的理论值  $x'_i$  和  $y'_i$  为:

$$x'_i = a_x + b_x \cdot X_i \quad (9)$$

$$y'_i = a_y + b_y \cdot Y_i \quad (10)$$

则  $x$  方向的误差  $\Delta x_i$  为:

$$\Delta x_i = x_i - x'_i \quad (11)$$

同理,  $y$  方向的误差  $\Delta y_i$  为:

$$\Delta y_i = y_i - y'_i \quad (12)$$

求航天遥感成图上各检查点的误差  $m_i$ :

$$m_i = \pm \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2} \quad (13)$$

设全图共检查了  $n$  个点, 则编绘的影象图的中误差  $M$ :

$$M = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n m_i^2}{n}} \quad (14)$$

衡量一张地图的精度, 不能只算出  $M$  值的大小, 还必须绘制相应的误差矢量图。绘制误差矢量图的方法很简单。把量得的航天遥感成图各检查点的坐标  $x_i, y_i$  及计算出的  $x'_i, y'_i$  即:

$$\begin{array}{l} x_1 y_1 ; x'_1 y'_1 \\ x_2 y_2 ; x'_2 y'_2 \\ \vdots \\ x_n y_n ; x'_n y'_n \end{array}$$

展绘在图纸上, 并根据  $\Delta x_i$  和  $\Delta y_i$  符号, 标出方向, 即为该图的误差矢量图。

上述只是用了线性相关分析的方法来解决编绘航天影象地图的精度衡量问题。如果要解决不同投影系之间地图精度的衡量问题, 可采用非线性相关分析或分步相关分析方法。采用哪种方法合适, 要视不同的地图数学基础而定。

## 四、计算实例\*

下面以 1:50 万金川县卫星影象地图为例进行精度衡量计算。该县图幅只占一幅 MSS 图象的四分之一, 且位于中间部位, 在量算上较为方便。精度衡量的依据是 1971 年编绘出版的 1:20 万的实测地形图。

首先, 分别在 1:20 万实测地形图和 1:50 万影象地图上各选 20 个一一对应的点, 并把它们分成两组。第一组(用编图控制点)标以  $A, B, \dots, J$ 。第二组做为检查点, 标以  $1, 2, 3, \dots, 10$ 。然后, 在展点仪或图形数字化器上量取各点坐标值, 计算各因子并求和, 再制成表 1。

将表 1 计算的结果代入(2)和(3)式, 求回归系数  $b_x$  和  $a_x$ :

$$\begin{aligned} b_x &= \frac{3192.1834 - 16.91 \times 172.996}{3523.4859 - 16.91 \times 169.092} \\ &= \frac{266.821}{664.140} = 0.4018 \\ a_x &= 17.300 - 6.7944 \\ &= 10.5056 \end{aligned}$$

把表 1 计算的结果代入(5)式和(6)式, 求回归系数  $b_y$  和  $a_y$ :

\* 实例计算中的各点坐标值是由马志鹏量取的。

Table 1 ( $\bar{x} = 17.300, \bar{y} = 36.369; \bar{x} = 16.91, \bar{y} = 81.455$ )

I	2		3	4	5		6		7	8	9	10
	x	y			$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})$	实测图与航天遥感成图控制点对应坐标				
n	航天遥感成图控制点坐标值		$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \times (y_i - \bar{y})$	实测图与航天遥感成图控制点对应坐标		$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$x \cdot x$	$x^2$
			$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(y_i - \bar{y}) \times (x_i - \bar{x})$	X	Y	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$y \cdot y$	$y^2$
A	x	12.088	-5.212	27.165	67.912	3.88	X	3.88	-13.03	169.781	46.9014	15.0544
	y	41.528	5.159	26.615	66.226	94.292	Y	94.292	12.837	164.789	3915.7582	8890.9813
B	x	15.056	-2.244	5.036	12.553	11.316	X	11.316	-5.594	31.293	170.3737	128.0519
	y	39.184	2.815	7.924	19.843	88.504	Y	88.504	7.049	49.688	3467.9407	7832.9580
C	x	16.02	-1.280	1.638	4.165	13.656	X	13.656	-3.254	10.589	218.7691	186.4863
	y	40.216	3.847	14.799	36.997	91.072	Y	91.072	9.617	92.487	3662.5516	8294.1092
D	x	21.288	3.988	15.904	39.314	26.768	X	26.768	9.858	97.180	569.8372	716.5258
	y	40.108	3.739	13.980	35.330	90.904	Y	90.904	9.449	89.284	3645.9776	8263.5372
E	x	21.432	4.132	17.073	42.089	27.096	X	27.096	10.186	103.755	580.7215	734.1932
	y	38.612	2.243	5.031	12.895	87.204	Y	87.204	5.749	33.051	3367.1208	7604.3376
F	x	21.172	3.872	14.992	37.581	26.616	X	26.616	9.706	94.206	563.5140	708.4115
	y	35.14	-1.229	1.510	3.823	78.344	Y	78.344	-3.111	9.678	2753.0082	6137.7823
G	x	16.82	-0.480	0.230	0.539	15.788	X	15.788	-1.122	1.259	265.5542	249.2609
	y	36.144	-0.225	0.051	0.108	80.976	Y	80.976	-0.479	0.229	2926.7965	6557.1126
H	x	20.132	2.832	8.020	20.192	24.04	X	24.04	7.13	50.837	483.9733	577.9216
	y	32.728	-3.641	13.257	32.955	72.404	Y	72.404	-9.051	81.921	2369.6381	5242.3392
I	x	15.356	-1.944	3.779	9.390	12.08	X	12.08	-4.830	23.329	185.5005	145.9264
	y	30.316	-6.053	36.639	92.508	66.172	Y	66.172	-15.283	233.570	2006.0704	4378.7336
J	x	13.632	-3.668	13.454	33.225	7.852	X	7.852	-9.058	82.047	107.0385	61.6539
	y	29.716	-6.653	44.262	111.631	64.676	Y	64.676	-16.779	281.535	1921.9120	4182.9850
Σ	x	172.996		107.291	266.960	169.092	X	169.092		664.276	3192.1834	3523.4859
	y	363.692		164.068	412.315	814.548	Y	814.548		1036.232	30036.7741	67385.076

表 2  
Table 2

1	2		3		4		5		6		7	8
	实测图对应的航天遥 感成像检查坐标		$b_x \cdot X$	$b_y \cdot Y$	$x$	$y$	$x'$	$y'$	$\Delta x$ (单位: cm)	$\Delta y$ (单位: cm)		
1	X	15.386	6.1835	16.66	$x'$	16.688	$x'$	16.688	-0.028	0.62	0.38	
	Y	98.644	39.2504	43.264	$y'$	43.209	$y'$	43.209	+0.055			
2	X	24.368	9.7933	20.3	$x'$	20.297	$x'$	20.297	+0.003	0.16	0.03	
	Y	94.972	37.7894	41.732	$y'$	41.748	$y'$	41.748	-0.016			
3	X	27.472	11.0407	21.536	$x'$	21.545	$x'$	21.545	-0.009	0.36	0.12	
	Y	89.120	35.4608	39.384	$y'$	39.419	$y'$	39.419	-0.035			
4	X	28.36	11.3976	21.888	$x'$	21.902	$x'$	21.902	-0.013	0.78	0.61	
	Y	80.78	32.1424	36.024	$y'$	36.101	$y'$	36.101	-0.077			
5	X	22.548	9.0618	19.536	$x'$	19.566	$x'$	19.566	-0.030	0.48	0.23	
	Y	93.096	37.0429	40.964	$y'$	41.001	$y'$	41.001	-0.037			
6	X	19.116	7.6825	18.196	$x'$	18.187	$x'$	18.187	+0.009	0.34	0.12	
	Y	81.896	32.5864	36.512	$y'$	36.545	$y'$	36.545	-0.033			
7	X	7.98	3.2071	13.712	$x'$	13.711	$x'$	13.711	+0.001	0.43	0.19	
	Y	79.492	31.6299	35.632	$y'$	35.588	$y'$	35.588	+0.043			
8	X	14.948	6.0075	16.512	$x'$	16.512	$x'$	16.512	00	0.15	0.02	
	Y	70.1	27.8928	31.836	$y'$	31.851	$y'$	31.851	-0.015			
9	X	6.78	2.7248	13.192	$x'$	13.229	$x'$	13.229	-0.037	0.41	0.16	
	Y	62.288	24.7844	28.76	$y'$	28.743	$y'$	28.743	+0.017			
10	X	9.772	3.9273	14.384	$x'$	14.431	$x'$	14.431	-0.047	0.48	0.23	
	Y	69.844	27.7909	31.74	$y'$	31.749	$y'$	31.749	-0.009			

$\Sigma m^2 = 2.10$

$$\begin{aligned}
 b_y &= \frac{30036.7741 - 81.455 \times 363.692}{67385.076 - 81.455 \times 814.548} \\
 &= \frac{412.24224}{1036.06866} = 0.3979 \\
 a_y &= 36.3692 - 32.4109 \\
 &= 3.9583
 \end{aligned}$$

将表 1 计算的有关因子代入(7)和(8)式,求相关系数  $r_{xx}$  和  $r_{yy}$ :

$$\begin{aligned}
 r_{xx} &= \frac{266.960}{\sqrt{664.276 \times 107.291}} = \frac{266.960}{266.96598} \\
 &= 0.99998 \\
 r_{yy} &= \frac{412.315}{\sqrt{1036.232 \times 164.068}} = \frac{412.315}{412.3257} \\
 &= 0.99997
 \end{aligned}$$

通过对  $r_{xx}$  和  $r_{yy}$  的计算可以看出,  $r_{xx} \approx 1, r_{yy} \approx 1$ , 因此,用(9)式和(10)式计算出的  $x'_i$  和  $y'_i$  是正确的。

将上面计算出的  $a_x, b_x, a_y, b_y$  与检查点的实测坐标值,代入(9)和(10)式,求  $x'_i$  和  $y'_i$ 。再通过(11)、(12)和(13)式,求出各检查点的误差  $m_i$ ,计算结果见表 2。

表 2 的第七栏就是各检查点的误差值。据此,应用(14)式计算全图的中误差  $M$ :

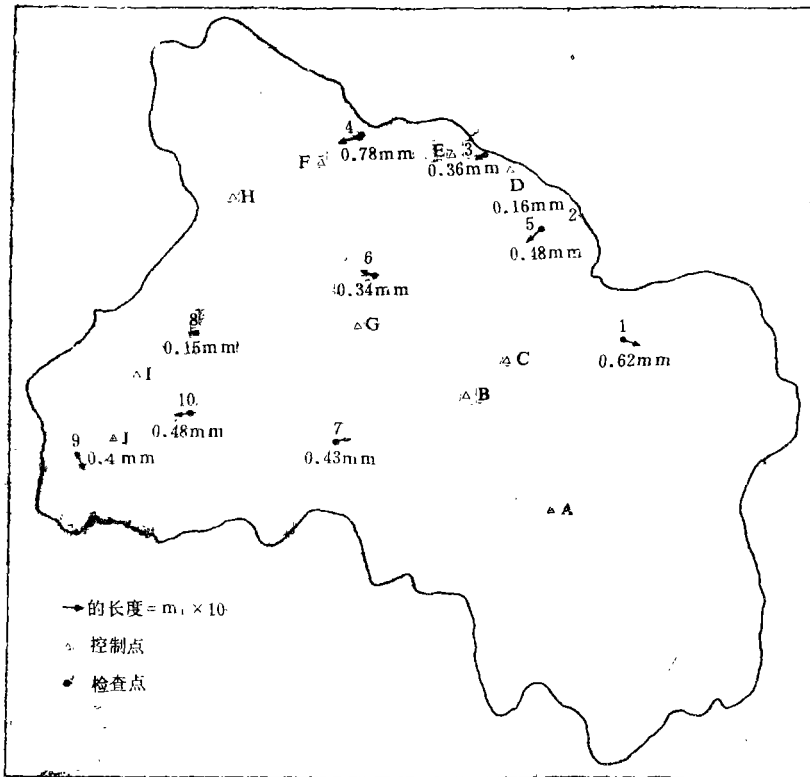


图 1 金川县陆地卫星影像地图的误差矢量图

$$M = \pm 0.46(\text{mm})$$

最后,把表 2 中第四栏和第五栏的坐标值展绘在图纸上,再根据  $\Delta x_i$  和  $\Delta y_i$  的符号,确定误差的方向,便可以绘出误差矢量图(图 1)。

另外,还要说明一点,我们绘制出误差矢量图之后,又用膜片对点方法进行了校验。因大部分点位只有 0.4 mm 左右的误差,通过膜片不易看清。误差在 0.5 mm 以上的那些点,其矢量与计算值基本一致。只有 4 号检查点出入较大,这可能是量取坐标有误的缘故。其次,为了便于读图,在表示矢量时,我们采用放大方式绘制,其取值用  $m_i \times 10$  来表示。

## 五、几个值得探讨和说明的问题

1. 应用线性相关分析方法来计算航天遥感影象成图误差,虽然简便易行,但这种计算毕竟是数理统计方法之一,仍然是近似计算,所得出的误差也只是真误差的近似值。只有  $x$  方向和  $y$  方向的相关系数趋近于 1 时,计算出的误差才与真误差接近。

2. 计算  $a_x, b_x, r_{xx}$  和  $a_y, b_y, r_{yy}$  等系数时,最好多取一些控制点,这样求出的系数相关性好一些。

3. 量取坐标时,可以把两张图(航天遥感成图与实测地形图)置于同一坐标系中,也可以分开量测(不在同一坐标系)。但是,控制点和检查点必须一次量完,这样虽然不在同一坐标系,仍然能保持对应关系充分相关。

4. 近几年来,应用航天遥感影象制图的人逐渐增加,编绘的专业图,影象图……种类繁多。但,多数人只注意地图内容表示方法的研究,而对制图的精度衡量重视不够。笔者提出的解决制图精度衡量问题的线性相关分析方法,尽管可以解决一定的实际问题,但仍有待进一步完善。但愿本文能起到抛砖引玉的作用,引起有关专家对编图精度衡量问题的应有关注。

## 参 考 文 献

- [1] S. A. Hempenius et al., Characteristics of the second generation observation satellites, *ITC Journal*, No. 1, pp. 21—33, 1983.
- [2] 王福保译(M. 费史著),概率论及数理统计,上海科技出版社,60—117 页,1978 年。
- [3] 中国科学院计算中心概率统计组编著,概率统计计算,科学出版社,77—181 页,1979 年。
- [4] 武汉测绘学院测量教研组编著,测量平差,测绘出版社,11—27 页;309—371 页,1959 年。

**Approach on the Application of Linear Correlation  
Analysis Method to the Measurement of the Accuracy  
of Aerospace Remote Sensing Cartography**

Wang Naibin

(Commission for Integrated Survey of Natural Resources,  
The Chinese Academy of Sciences)

**Abstract**

Currently, aerospace remote sensing cartography is gradually transited to application stage. Thus, the measurement of the accuracy of the cartography appears very important. This paper puts forward the solution of error vector in each detection point of compiled map using correlation analysis based upon large scaled geographical map and plotting a error vector chart. On this account, the measurement of the accuracy of remote sensing cartography in medium and small scale were resolved.